UNIVERSITE PAUL SABATIER

Licence STS, Mention Physique

Parcours Sciences Physiques et Chimiques- L3

Année Universitaire 2008 – 2009

Thermodynamique Statistique

Partiel Octobre 2008 (durée 1 H 30)

I.-. Question de cours

1 – Définition de l'ensemble canonique.

2 – Définition de la fonction de partition Z des micro-états (l) d'un système.

2.- Définition de la probabilité P_l de trouver un système dans le micro-état (l) d'énergie E_l.

3 – Définition de la valeur moyenne de l'énergie $<E>$.

4 - Donner l'expression de l'entropie statistique de Shannon S associée à la distribution des probabilités $\{P_l\}$ des micro-états (l). En déduire l'expression de l'entropie canonique S^c en fonction de $<E>$, T et Z.

5 – En déduire l'expression de l'énergie libre F en fonction de Z.

II.- Micro-états de translation d'une particule de masse m se déplaçant librement sur une surface de coté L.

1 - Une particule libre, de masse m et dont la norme de son impulsion est p, se déplace librement sur une surface carrée de côté L. Définir l'"espace des phases permettant d'étudier son mouvement. Préciser sa dimension.

2 - Déterminer à l'aide des deux sous espaces des vecteurs position **r** et des vecteurs impulsion **p** le " volume" Γ de l'espace des phases accessible à la particule si la norme de son impulsion est comprise entre p et p + dp.

3 – Déterminer le "volume" d'une cellule élémentaire d'Heisenberg dans cet espace.

En déduire le nombre de micro-états accessibles $\Delta\Omega^*$ lorsque la norme de l'impulsion est comprise entre p et p + dp.

4 - En déduire la densité d'états $\rho(E)$.

III – Ensemble de moments magnétiques sans interaction

On considère un système physique thermodynamiquement isolé, constitué de N ($N>>1$) particules identiques, localisées et sans interactions. Ce système est placé dans une région où règne un champ magnétique uniforme $\mathbf{B}= B\, \mathbf{e_z}$. Chacune de ces particules discernables possède un moment magnétique $\boldsymbol{\mu}$ dont la projection selon la direction du champ ne peut prendre que l'une des deux valeurs : $+\mu_z$ dans le sens du champ (énergie magnétique $E_+ = -\mu_Z B$) ou $-\mu_z$ dans le sens opposé (énergie magnétique $E_- = +\mu_Z B$).

1 – Déterminer le nombre de micro-états accessibles au système dont l'énergie totale est fixée et égale à $E= \{(n)(-\mu_Z B)\} + \{(N-n)(+\mu_Z B)\}= -(2n-N)\, \mu_Z B$. On considérera la situation où n des N particules ont leur moment magnétique dirigé dans le sens du champ.

2 – Montrer que l'entropie micro-canonique $S^*(E, N, \mathbf{B})$ a pour expression :

$S^*(E, N, \mathbf{B})= Nk_B\{ \mathrm{Ln}\, N- \mathrm{Ln}\, (N-n)\} + nk_B \{\mathrm{Ln}\, (N-n) - \mathrm{Ln}\, n\}$ où $n =-(E/2\mu_Z B) + N/2$

3 – Montrer que $dS^*/dn = k_B\, \mathrm{Ln} \{ (N-n)/n\}$

4 – Donner la définition de la température micro-canonique T*dans l'ensemble micro-canonique.

5 – Déterminer la température T* des N particules en situation micro-canonique.

Montrer qu'elle peut être négative lorsque le nombre de particules n ayant leur moment magnétique dans le sens du champ est inférieure au nombre de particules (N- n) ayant leur moment magnétique dans le sens opposé ($N-n> n$).

6 – Déterminer le nombre de particules n ayant leur moment magnétique dans le sens du champ en fonction de N, T*, k_B, μ_Z et B. Montrer que lorsque B est très intense ($\mu_Z B >> k_B T^*$) : n tend vers N. Montrer que si T*est positive et élevée ($\mu_Z B << k_B T^*$) : n tend vers N/2. Commenter ces deux résultats.

Rappel : $N>>1$, $\mathrm{Ln}\, N != N\, \mathrm{Ln}\, N - N$ (formule de Stirling)